

●教科書P68

【研究】2直線の交点を通る直線

2直線 $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ と $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ があり、2直線の連立方程式

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 = 0 \dots \textcircled{1} \\ a_2x + b_2y + c_2 = 0 \end{cases}$$

の交点Pが $P(p, q)$ となる。このとき、点Pを通る直線は、 $k(k|-\infty < k < \infty)$ を定数としたときに

$$a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0 \dots \textcircled{2}$$

で表すことができる。ただし、 $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ となる場合は除く。

この②は k に関する恒等式(教科書 P22～:どんな値を入れても等式が成り立つ)より $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ か $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ の場合であり、 k の値には依存しない。つまり、定点を通ることがわかる。

つまり、③の式では $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ の式は表すことができない。

もし、点Pを通るすべての直線を表したいときは

$$J(a_1x + b_1y + c_1) + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0 \dots \textcircled{3}$$

と表すとよい。

例1 2直線 $2x - y - 3 = 0$ と $x + 2y - 4 = 0$ の交点を通る直線を求めなさい。また、2直線の交点を通る直線を求め、グラフに描きなさい。ただし、求める直線は $k = 0, \pm 1, \pm 2$ とする。

【解き方】(1)2直線の交点を求める。

(2)2直線の交点の式を作成する。その後、 $k = 0, \pm 1, \pm 2$ を代入して、グラフを描く。

(1)2直線の交点を求める。

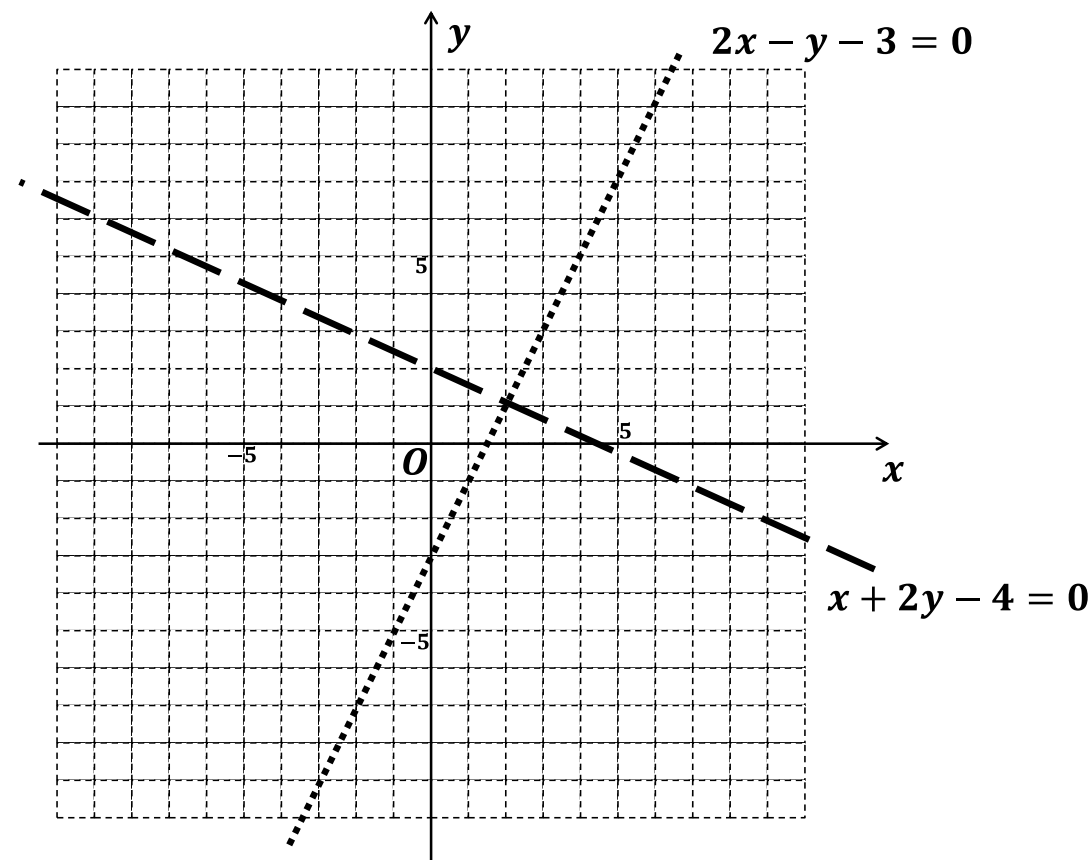
(2)2直線の交点の式を作成する。その後、 $k = 0, \pm 1, \pm 2$ を代入して、グラフを描く。
2直線の交点の式

$$k = 0$$

$$k = 1$$

$$k = \frac{1}{2}$$

$$k = -2$$



【例題1】 2直線 $x - 2y - 7 = 0$ と $2x + y + 1 = 0$ の交点と点(2, 1) の通る直線の方程式を求めよ。

【中学での考え方】

2直線の連立方程式を作って、交点を求め、求めた交点と点(2, 1) の通る直線を求める。

(解1) 2直線の連立方程式は

{

よって、 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$. . .

次に、 $\underline{\hspace{2cm}}$ と点(2, 1)の通る直線の傾きは

傾き = $\underline{\hspace{2cm}}$ = $\underline{\hspace{2cm}}$

つまり、求めたい直線の方程式は

【高校での考え方】

表のページの2直線の公式を使って、 k の値を求め、直線の方程式を導く。

(解2)

2直線の交点は

$\underline{\hspace{4cm}}$. . .

で表される。この式が点(2, 1)を通るので、 k の値は $\underline{\hspace{2cm}}$ となり、 $\underline{\hspace{2cm}}$ に代入すると、

【練習】 2直線 $3x - y - 1 = 0$ と $x + y - 3 = 0$ の交点と点(4, 3) の通る直線の方程式を求めよ。