

○途中式は消さないこと ○最後まで計算をすること

図1 次の式を簡単にしなさい。

(1) $\log_3 9 = \log_3 3^2 = 2$

Ans. 2

(2) $\log_4 64 = \log_4 4^3 = 3$

Ans. 3

(3) $\log_5 5$

Ans. 1

(4) $\log_{10} 1$

Ans. 0

図2 次の値を求めよ。

(1) $\log_4 32 = \frac{\log_2 32}{\log_2 4} = \frac{5}{2}$

Ans. $\frac{5}{2}$

(2) $\log_8 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 8} = \frac{1}{3}$

Ans. $\frac{1}{3}$

(3) $\log_3 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 3} = -4$

Ans. -4

(4) $\log_3 27 = \frac{\log_2 27}{\log_2 3} = -3$

Ans. -3

図3 次の式の値を求めよ。

(1) $\log_6 3 + \log_6 12 = \log_6 (3 \times 12) = \log_6 36 = 2$

Ans. 2

(2) $\log_2 56 - \log_2 7 = \log_2 \frac{56}{7} = \log_2 8 = 3$

Ans. 3

(3) $2 \log_2 \frac{3}{2} - \log_2 18 = \log_2 3 - \log_2 18 = \log_2 \frac{3}{18} = \log_2 \frac{1}{6} = -1$

Ans. -1

(5) $\log_3 \frac{7}{12} - \log_3 14 + \log_3 \frac{8}{9} = \log_3 \frac{7 \times 8}{12 \times 14 \times 9} = \log_3 \frac{1}{27} = -3$

Ans. -3

(4) $\log_6 \sqrt{18} + \frac{1}{2} \log_6 2 = \log_6 \sqrt{18} + \log_6 \sqrt{2} = \log_6 \sqrt{36} = \log_6 6 = 1$

Ans. 1

(6) $4 \log_2 \sqrt{2} - \frac{1}{2} \log_2 3 - \log_2 \frac{2}{\sqrt{3}} = \log_2 2^4 - \log_2 3^{\frac{1}{2}} - \log_2 \frac{2}{\sqrt{3}} = \log_2 \frac{2^4 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times 2} = \log_2 2 = 1$

Ans. 1

図4 次の式を簡単にせよ。

(1) $\log_2 3 \cdot \log_2 2 = \log_2 3 \times \frac{\log_2 2}{\log_2 3} = \log_2 2 = 1$

Ans. 1

(2) $\log_2 3 \cdot (\log_2 2 + \log_2 4) = \log_2 3 \times \frac{\log_2 2}{\log_2 3} + \log_2 3 \times \frac{\log_2 4}{\log_2 3} = \log_2 2 + \log_2 3 \times \frac{2}{\log_2 3} = 1 + 2 = 3$

Ans. 3

(3) $\log_2 10 - \log_4 25 = \log_2 10 - \frac{\log_2 25}{\log_2 4} = \log_2 10 - \frac{2 \log_2 5}{2} = \log_2 \frac{10}{5} = \log_2 2 = 1$

Ans. 1

(4) $(\log_2 5 + \log_2 25)(\log_2 9 + \log_2 3) = (\log_2 5 + \log_2 5^2) \left(\frac{\log_2 9}{\log_2 3} + \frac{\log_2 3}{\log_2 3} \right) = (\log_2 5 + \log_2 5^2) \left(\frac{2}{\log_2 3} + 1 \right) = (\log_2 5 + \log_2 5^2) \left(\frac{2}{\log_2 3} + 1 \right) = 2 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} = 5$

Ans. 5

問5 $\log_{10} 2 = p, \log_{10} 3 = q$ とするとき、次の値を p, q を用いて表せ。

(1) $\log_{10} 6$
 $= \log_{10} 2 + \log_{10} 3 = p + q$
 $\frac{p+q}{1}$

(2) $\log_{10} \sqrt{12}$
 $= \frac{1}{2} \log_{10} 12 = \frac{1}{2} (\log_{10} 4 + \log_{10} 3)$
 $= \frac{1}{2} (2p + q) = p + \frac{q}{2}$
 $\frac{1 + p + \frac{q}{2}}{1}$

(3) $\log_2 3$
 $= \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2} = \frac{q}{p}$
 $\frac{q}{p}$

(4) $\log_{10} \frac{15}{2}$
 $= \log_{10} 15 - \log_{10} 2 = \log_{10} 30 - \log_{10} 2 - \log_{10} 2$
 $= \log_{10} 10 + \log_{10} 3 - \log_{10} 2 - \log_{10} 2$
 $= 1 + q - p - p = 1 + q - 2p$
 $\frac{1 + q - 2p}{1}$

問6 次の方程式を解きなさい。

(1) $\log_3 x = 2$
 真数条件より $x > 0 \dots ①$
 指数の底は $3 \geq x$
 $x = 9$
 $\frac{9}{1}$

(2) $\log_3 x = 4$
 真数条件より $x > 0 \dots ①$
 指数の底は $3 \geq x$
 $x = \frac{1}{81}$
 $\frac{1}{81}$

(3) $\log_3(x-3) + \log_3(x-5) = 1$
 真数条件より $x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$
 $x-5 > 0 \Rightarrow x > 5$
 $x > 5$
 $(x-3)(x-5) = 3$
 $x^2 - 8x + 15 = 3$
 $x^2 - 8x + 12 = 0$
 $(x-6)(x-2) = 0$
 $x = 2, 6 \dots ②$
 $x = 2$ は $x > 5$ より不適
 $x = 6$ は $x > 5$ より適
 $\log_3(x-3) = 1$
 $x = 6$
 $\frac{6}{1}$

(4) $\log_3(x-3) + 2 = \log_3(2x+1)$
 真数条件より $x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$
 $2x+1 > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$
 $x > 3$
 $9(x-3) = (2x+1)^2$
 $9x^2 - 27x + 27 = 4x^2 + 4x + 1$
 $5x^2 - 31x + 26 = 0$
 $(5x-13)(x-2) = 0$
 $x = \frac{13}{5}, 2$
 $x = 2$ は $x > 3$ より不適
 $x = \frac{13}{5}$ は $x > 3$ より不適
 $x = 4$ は $x > 3$ より適
 $\log_3(x-3) = \log_3 9 = 2$
 $x = 4$
 $\frac{4}{1}$

問7 次の不等式を解きなさい。

(1) $\log_3 x < 4$
 真数条件より $x > 0 \dots ①$
 $\log_3 x < \log_3 16$
 $x < 16 \dots ②$
 $0 < x < 16$
 $\frac{0 < x < 16}{1}$

(2) $\log_3 x > 1$
 真数条件より $x > 0 \dots ①$
 $\log_3 x > \log_3 4$
 $x > 4 \dots ②$
 $x > 4$
 $\frac{x > 4}{1}$

(3) $\log_3(x+1) \geq 2$
 真数条件より $x+1 > 0 \Rightarrow x > -1$
 $x > -1 \dots ①$
 $\log_3(x+1) \geq \log_3 16$
 $x+1 \geq 16$
 $x \geq 15 \dots ②$
 $x \geq 15$
 $\frac{x \geq 15}{1}$

(4) $\log_3(2x-3) < \log_3(x-1)$
 真数条件より $2x-3 > 0 \Rightarrow x > 1.5$
 $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$
 $x > 1.5$
 $2x-3 < x-1$
 $x < 2 \dots ②$
 $1.5 < x < 2$
 $\frac{1.5 < x < 2}{1}$

問8 次の方程式を解きなさい。

(1) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 6 = 0$
 真数条件より $x > 0 \dots ①$
 $\log_2 x = t$
 $t^2 - t - 6 = 0$
 $(t-3)(t+2) = 0$
 $t = 3, -2$
 $t = 3 \Rightarrow x = 8$
 $t = -2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$
 $x = 8, \frac{1}{4}$
 $\frac{8, \frac{1}{4}}{1}$

(2) $(\log_3 x)^2 - \log_3 x^2 = 0$
 真数条件より $x > 0$
 $(\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x = 0$
 $\log_3 x = t$
 $t^2 - 2t = 0$
 $t(t-2) = 0 \Rightarrow t = 0, 2$
 $t = 0 \Rightarrow x = 1$
 $t = 2 \Rightarrow x = 9$
 $x = 1, 9$
 $\frac{1, 9}{1}$

問9 次の関数のグラフを描け。

